

面向高效微分求解电解质晶体管基储备池计算系统

杜明阳, 韩孟涛, 邢千叶, 崔航源, 万昌锦*

(南京大学电子科学与工程学院, 江苏南京 210023)

摘要: 物理储备池计算(Physical Reservoir Computing, PRC)凭借其低训练成本与高并行效率,已成为时序信号处理与复杂动力学系统建模的新兴范式。该方法主要依赖于器件物理特性中的非线性与短时记忆动力学特性,实现对时序信号的高维映射,获得丰富的储备池状态,从而实现对复杂状态方程较为精确的求解及预测。PRC仅需求解输出层权重、推理功耗低、少样本数据驱动等优势,为在端侧硬件上实现混沌微分方程与偏微分方程的实时求解提供了全新路径。然而,如何将高阶复杂时序任务的处理算法与物理器件的本征调控机制有效适配,仍是制约其实际部署的关键瓶颈。本文报道了一种基于铟镓锌氧化物(Indium Gallium Zinc Oxide, IGZO)电解质晶体管的高效物理储备池计算系统,成功实现了混沌含时微分方程序列的求解预测,并首次报道了基于物理计算系统的偏微分方程求解。借助IGZO器件的低功耗特性、连续非线性映射能力,设计了轻量化的储备池训练推理与方程求解协同算法,对IGZO晶体管的电学响应与离子迁移动力学行为进行了精确建模表征,并在现场可编程门阵列(Field Programmable Gate Array, FPGA)平台上完成了系统级仿真验证。资源评估表明,相较于传统四阶Runge-Kutta算法实现,本方案在保持同等精度的前提下,数字信号处理单元(Digital Signal Processor, DSP)与触发器(Flip-Flop, FF)资源占用分别降低约64%与50%,整体逻辑开销显著优化。求解性能方面,实验选取Mackey-Glass、Lorenz这两类混沌微分方程及一维热扩散方程为基准,与主流数值方法(Runge-Kutta)及现有物理计算平台进行对比。结果表明,该系统在混沌微分方程求解中展现出约11 μ s的延迟,相比Runge-Kutta方法功耗降低15%,归一化均方根误差(Normalized Root Mean Square Error, NRMSE \approx 0.04)与现有大多数高效物理计算系统相当;针对一维热扩散偏微分方程,计算时间较二阶Runge-Kutta缩短至1/400,且精度方面NRMSE \approx 0.008也与之相当。本研究不仅验证了IGZO基PRC系统在通用微分方程求解中的高效性与准确性,更为下一代轻量化、低功耗的端侧科学计算与神经形态硬件平台提供了可拓展的架构基础与工程实践参考。

关键词: 铟镓锌氧化物电解质晶体管;人工突触器件;储备池计算;混沌微分方程求解;偏微分方程求解

基金项目: 国家自然科学基金(No.92364106, No.U25A20500);江苏省研究生科研与实践创新计划项目(No.KY-CX25_0278, No.KYCX25_0284)

中图分类号: TN386; TP183

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112(XXXX)XX-0001-11

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.12263/DZXB.20260257

Electrolyte Transistor-Based Reservoir Computing for High-Efficiency Differential Solving System

DU Mingyang, HAN Mengtao, XING Qianye, CUI Hangyuan, WAN Changjin*

(School of Electronic Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210023, China)

Abstract: Physical reservoir computing (PRC), characterized by its low training cost and high parallel efficiency, has emerged as a promising paradigm for temporal signal processing and complex dynamical system modeling. By leveraging the intrinsic nonlinearity and short-term memory dynamics of physical devices, PRC maps temporal inputs into a high-dimensional state space, generating rich reservoir states that enable accurate solving and prediction of complex state equations. With advantages such as readout-layer-only training, low inference power consumption, and few-shot data driven, PRC offers a novel pathway for real-time solving of chaotic differential and partial differential equations on edge hardware. However, effectively co-designing high-order temporal processing algorithms with the intrinsic modulation mechanisms of physical devices remains a key bottleneck hindering practical deployment. Here, we report a highly efficient PRC system based on indium gallium zinc oxide (IGZO) electrolyte transistors, achieving the solving and prediction of time-dependent chaotic differential equations and partial differential equations. Leveraging the low-power characteristics and continuous nonlinear mapping capability of IGZO devices, we designed a lightweight algorithm co-optimizing reservoir training, inference, and equation solving. The electrical response and ion migration dynamics of the IGZO transistors were accurately

modeled and characterized, followed by system-level validation on the field programmable gate array (FPGA). Resource evaluation demonstrates that, compared to a conventional fourth-order Runge-Kutta (RK4) implementation, our approach reduces digital signal processor (DSP) and flip-flop utilization by approximately 64% and 50%, respectively, while maintaining equivalent accuracy. In performance benchmarks using the Mackey-Glass equation, Lorenz chaotic sequence, and one-dimensional heat diffusion equation, our system achieves an inference latency of 11 μs and reduces power consumption by 15%, with a normalized root mean square error (NRMSE \approx 0.04) comparable to the Runge-Kutta method. For the partial differential equation (PDE) task, computation time is reduced to 1/400 of that required by the second-order Runge-Kutta (RK2) method, while maintaining a comparable NRMSE \approx 0.008. This work not only validates the efficiency and accuracy of IGZO-based PRC in solving general differential equations, but also provides a scalable architectural foundation and practical engineering reference for next-generation lightweight, low-power edge scientific computing and neuromorphic hardware platforms.

Keywords: indium gallium zinc oxide (IGZO) electrolyte transistor; artificial synaptic device; reservoir computing; chaotic differential equation solving; partial differential equation solving

Foundation Item(s): National Natural Science Foundation of China (No.92364106, No.U25A20500); Postgraduate Research & Practice Innovation Program of Jiangsu Province (No.KYCX25_0278, No.KYCX25_0284)

0 引言

微分方程在理解自然界的运作和解决实际问题中扮演了不可或缺的角色,广泛应用于物理学、工程技术、经济分析、生物学以及社会科学等多个领域^[1-2]。实际生活中,大多数微分方程应用场景用查表法、规则引擎、简单滤波就能近似,无需显式求解。但是面对高度非线性、高度复杂性、高精度计算场景下,原生地实现微分方程的计算具有其必要性。如今,由于复杂微分系统在工业中的广泛应用,探索加速其模拟求解的新技术已成为迫切需求。此外,科学计算中,常微分方程(Ordinary Differential Equation, ODE)和偏微分方程(Partial Differential Equation, PDE)构成了描述动力系统、流体演化、热传导及混沌行为的核心数学工具。传统数值方法(如 Runge-Kutta、有限元法)虽能提供高精度解,但其计算复杂度高、内存占用大,严重依赖高性能计算资源。近年来,随着数学方法的进步以及机器学习方法的创新,涌现了一大批传统数值方法的软件替代算法,主要有深度神经网络^[3],机器学习或者其他创新性算法^[4-5]。在硬件平台上实现微分算子、硬件加速器以提升方程计算速度是另一种途径,例如,早在二十世纪就有人提出利用运算放大器构建的微分电路或 LC 谐振子系统^[6-8],以连续时间硬件原生地执行微分操作。然而,这类模拟微分电路本质上是线性、开环且对噪声高度敏感的专用结构,不仅难以稳定实现高阶或非线性微分算子,更无法扩展至偏微分方程或多变量耦合系统的求解。因此,它们在复杂动力系统建模中应用极为有限。当前学界针对硬件实现微分计算的尝试更为精细而复杂,为微分求解系统设计的硬件架构设计囊括了并行处理^[9],以及神经网络^[10],已经形成了完善的全系统硬件电路平台,也有尝试通过新型忆阻器阵

列直接实现 Runge-Kutta 等算法中的矩阵及向量运算^[11],但是往往会有能效比过低、模型冗余的问题。边缘设备(如传感器、机器人、嵌入式芯片)上,实时求解或预测由微分方程(ODE/PDE)描述的物理/动态系统行为的需求日益增加。随着边缘计算以及边缘智能的发展,亟需采用新的手段在手机、无人机、自动驾驶汽车等终端平台实现高准确率、高效能的小批量微分求解。

近年来,受大脑结构和工作机制启发的神经形态计算因其极高的能效比及有望实现类脑计算范式而备受关注。其中,储备池计算(Reservoir Computing, RC)因其固定内部权重、仅需训练线性读出层的特性,展现出在时序动力学建模中的高效性与硬件友好性,与边缘微分计算的应用场景高度契合。储备池作为一种高效的类脑计算模型,特别擅长处理时序数据,其核心思想是利用一个固定、随机连接的动态系统将输入信号映射到高维空间,仅需训练一个简单的线性读出层,从而极大降低了训练复杂度和计算开销。通过引入“储备池”的概念,该方法允许网络更灵活地捕捉长期依赖关系,从而提高了网络的性能和效率^[12]。在 RC 网络中,输入层到储备池之间的输入连接权重和储备池内部节点之间的连接权重是随机生成且固定不变的,因此仅需训练输出层的权值,这使得 RC 网络的训练过程相对简单且快速,大大降低了计算成本。现有 RC 系统实现方式主要有软硬件两种。例如 Liang 等^[13]设计了一套基于旋转神经元的 RC 实现算法,但是多数软件方法常常面临着计算时间较长,能耗相对于硬件 RC 实现较高的问题。

更进一步,利用材料与器件的物理性质来实现时序输入的高维映射以及时间特性,从而实现基于硬件的储备池计算方面屡见报道。这种物理实现的储备池结构,被称为物理储备池(Physical Reservoir Com-

puting, PRC),可以弥补传统 RC 在边缘系统上的数据传输及运算时间长等问题,同时又兼具极高的能效比,为基于边缘平台的时序信号处理以及复杂方程行为分析提供了新的思路。例如,借助电解质晶体管^[14-16]、忆阻器^[12, 17-18]、纳米器件^[19-21]及铁电隧道结^[22]等构筑的 PRC 器件,已报道了高能效、高识别率的时序信号识别的实现。前述微分方程求解硬件系统中,运算放大器微分电路只能实现简易微分算子,而通常 5 V 工作电源导致能耗较高;谐振子实现的模拟计算(analog computing)只适用于系数确定的二阶线性齐次微分方程^[8];在忆阻器阵列上直接运行 Runge-Kutta 数值求解算法也面临训练阶段功耗较大的问题^[11]。由此,基于 PRC 器件实施储备池算法,有望实现输入到输出的全流程微分求解,同时对于不同时序方程保持高度可迁移性,更有潜力实现高精度、混沌非线性微分方程的求解与预测任务。

1 相关工作

在近年人工智能发展的浪潮下,神经常微分方程的概念被提出来。神经微分方程(Neural differential equations, NDEs)是一种结合了深度学习与微分方程的前沿研究领域。在传统的深度神经网络中,信息通过一系列离散的层传递,每一层都可以视为对输入数据的一次变换。相比之下,神经微分方程采用了一种连续的视角,其中网络的某一层或整个网络可以被看作是一个动态系统的演化过程,该系统由微分方程描述^[23]。NDEs 的核心思想是使用一个参数化的微分方程来代替传统的网络层,网络可以通过改变这些微分方程中的参数来学习数据中的复杂模式。这样,网络的一层不再是一个简单的非线性变换,而是一个连续变化的过程,可以更自然地模拟物理世界中的连续动态过程。神经常微分方程的一个关键优势是它们可以自然地处理不同时间点的数据,使其特别适合于时间序列数据、动态系统建模和任何需要考虑数据连续性的场合。此外,它们还具有参数效率高和可以通过已知物理定律约束模型的优点。

NDEs 的硬件化是一种新的思路。物理储备池计算(PRC)是实现 NDEs 硬件化的最核心路径之一。神经常微分方程(NDEs)本质上是一个连续时间的动力学系统,而 PRC 正是利用器件中复杂的非线性动力学系统来直接执行计算。PRC 的超低功耗、实时处理、无需训练储备池权重等特性也便于在边缘平台部署和低功耗运行。另一方面,传统的计算机结构是冯诺依曼结构,此结构的最大特点是处理单元和存储单元互相独立,数据通过总线在两者之间传输。当数据量过于庞大,整个计算系统的运行效率便会被总线的传输能力所限制,并且由于处理单元和储存单元之间

的大量高速数据传输,系统的能耗和产生的热量也会变得相当高,这就是著名的“冯诺依曼瓶颈”^[24]。在当下人工智能迅速发展背景下,“冯诺依曼瓶颈”带来的影响更加无法忽视。目前的人工智能依靠着大量的数据来使模型更加精确,这无疑放大了传统计算机硬件结构的缺陷。为了解决这个问题,研究者试图从硬件角度重新实现一种新的架构,参照大脑的结构与神经元的特性,来实现真正意义上的“人工智能”,这就是神经形态计算^[25]。大脑的抗干扰力、学习能力极高,同时工作的功耗低于 20 W^[26-27],所以成为了新的硬件架构理想的学习范式。而 PRC 的物理特性与突触十分相似,沟道电流可以模仿突触电流,因此可以作为神经形态计算的一种物理实现。

目前 PRC 已经成为神经形态计算研究的热点,在学习提取微分方程、混沌序列、手写数字、语音信号中的复杂逻辑等任务上表现出了极高并行度^[28-29]、超高速^[30-32]、低功耗^[29, 33]等特性,因此成为边缘系统 NDEs 计算的理想载体。国际上已经成功利用许多器件实现了物理 RC。Moon 等^[17]利用动态忆阻器构建 RC 系统,实现了 Mackey-Glass 混沌序列预测语音分类,准确率达到 99.2%;Milano 等^[21]基于自组织纳米线网络实现全忆阻 RC 架构,完成了手写数字识别已经 Mackey-Glass 序列预测,预测准确率超过 90%。Yu 等^[22]使用超薄(3.5 nm)铁电隧穿结实现时序序列学习,功耗低至 90 pJ。Yang 等^[14]首次将铟镓锌氧化物(Indium Gallium Zinc Oxide, IGZO)基双电层晶体管用于 RC,实现手写数字与语音识别,单状态能耗仅 1.9 nJ,展现出优异的短时记忆与离子弛豫动力学特性。尽管上述工作验证了 RC 在分类任务(如语音、动作识别)上的有效性,但直接用于微分方程求解的片上实现仍较为罕见。此外,许多器件依赖于特殊环境以及条件,对温湿度有较强要求,难以在手机无人机等边缘计算平台落地应用。最后,许多 PRC 数据读出依赖外设或电脑,尤其缺乏独立集成的有完整信号链的解决方案。

基于此,本文提出一种基于 IGZO 基双电层晶体管的微分方程求解 RC 实现方案,基于器件离子弛豫以及短时记忆效应,进一步实现高效的 PRC,从而完成高精度低功耗的复杂微分方程求解。实验平台采用现场可编程门阵列(Field Programmable Gate Array, FPGA)做读出电路,FPGA 具有极高的 I/O 灵活性和并行处理能力,可直接与 IGZO 晶体管基物理储备池阵列并行连接,实现纳秒级精度的激励信号生成(如脉冲序列)和高速、同步的响应信号读取。这对于捕捉晶体管的瞬态动力学至关重要。FPGA 上搭载的处理器核可以加载运行高级语言程序算法,使得系统功能高度可编程,从而运行 RC 相关的矩阵计算。此外,因为储备池计算是数据驱动的,面对不同 ODE/PDE

不需要重复编程,只需要在输入数据中学习,所以适用于任意 ODE/PDE 系统,尤其在复杂混沌时序序列中表现出超越其他数值方法的性能。

2 基于电解质晶体管的物理储备池系统

如图 1 所示,在电解质晶体管物理特性基础上,我们构建了一套 PRC 系统原型。

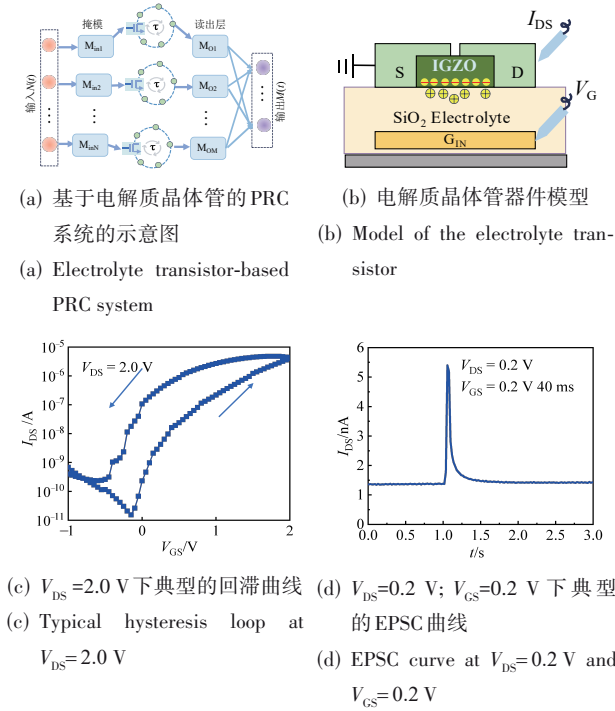


图 1 基于电解质晶体管的 PRC 系统及模型

Figure 1 The electrolyte transistor-based PRC system and device

基于电解质晶体管的储备池网络结构如图 1(a) 所示。该储备池由随机连接的非线性神经元节点构成网络,可随时间输入信号动态演化。为实现此类随机连接,我们采用基于离子松弛的时间复用掩模工艺,构建了电解质层耦合储备池计算系统。本研究中我们实现 PRC 的思路如下:将输入信号乘以不同掩模矩阵,再以栅极电压的形式加在电解质晶体管上,这样每个时间段内的离子松弛耦合通道电流就累积为 N 段储备池状态。栅极电压脉冲会因电解质层的耦合诱导通道电流上升,并在脉冲后因离子松弛导致电流衰减。这种性质被用于模拟突触功能,包括兴奋性突触后电流 (Excitatory Post-Synaptic Current, EPSC) 响应及短期可塑性。我们将信号处理的过程详细描述如下:多种常微分方程 (ODEs) 或者是偏微分方程 (PDEs) 的输入 $s_1 = f(x, y, t, \dots)$ 经过掩模处理、缩放到 1~2 V 电压后输入晶体管栅极,转换为漏源间的电流输出 $s_2 = f(x, y, t, \dots)$ 。其中掩模矩阵值为 $[-1, 1]$ 随机取值,目的是在节点间建立随机连接,同时将原始数

据映射到储备池空间。掩模尺寸为输入维度 \times 特征长度 $ML \times$ 节点数 N , 处理过后每个节点都拥有 ML 列不同输入。增大 ML 可以增加储备池对输入特征的提取能力,但是也带来了计算负荷,对于这类超参数的取值常常由经验确定或者凭借网格遍历 (grid search)。在本次实验中储备池空间里的节点由晶体管模型的响应组成。此次实验中我们将常规的 ODEs 扩展到了 PDEs, 证明了系统在求解复杂混沌微分方程和高维方程上的潜力。图 1(b) 也展示了电解质晶体管的结构:我们以 Si 片为基底并引出栅极,纳米 SiO_2 颗粒为第一层电解质, $InGaZnO$ 层为沟道,以 Al 做漏极和源极的电极。多孔的纳米 SiO_2 颗粒富含质子 (H^+), 作为离子导体在界面形成了双电层 (Electric Double Layer, EDL), 栅压驱动离子在界面处聚集,从而在低电压下就可以调控 IGZO 沟道。此外,晶体管双电层中的强静电耦合和电化学掺杂导致通道导电性能发生瞬时或长期性变化,进而可以模拟突触的短时及长程可塑性^[34]。因为 IGZO 层独特的离子弛豫与短时记忆特性,我们能够实现理想的 PRC 功能。其中时间响应即利用器件短时记忆特性,将过去状态 $I(n-1)$ 与当前状态 $I(n)$ 耦合,更有利于混沌状态的识别与处理。器件漏电流读出之后,对储备池状态进行线性回归,即可得到最终处理后的方程序列。我们只需要通过训练线性回归的权重矩阵,就可以实现对多种 ODE 和 PDE 的求解和预测。

对于 IGZO 电解质晶体管的电学特性我们用图 1(c) 和图 1(d) 描述,器件的电学特性在探针台中通过半导体参数分析仪 (Keithley 2636B) 进行表征,所有测试均在室温 (相对湿度 50%) 条件下完成。图 1(c) 展示了栅压上升后下降导致离子弛豫效应,进而回滞电流因为载流子累积而更大。此类短时突触功能可基于离子相关双电层调制与拉伸指数衰减函数进行有效建模。如图 1(d), EPSC 过程可分解为两个独立过程:当突触前脉冲作用于栅极时,沟道电流呈上升趋势。在突触前脉冲期间,质子受电场驱动迁移至 IGZO/ SiO_2 界面,这些聚集质子通过静电耦合效应引发沟道电流急剧上升。该过程可类比 RC 并联电路的充电过程。EPSC 的第二过程是:突触前脉冲结束后, IGZO/ SiO_2 栅极介质界面处的质子因浓度梯度作用扩散离开界面,通道电流逐渐衰减至稳态。该过程本质上是离子弛豫现象,故 EPSC 的第一、第二过程可用下列方程描述^[14, 35]:

$$I_{DS} = \kappa \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{DL}}\right) \right], (t \leq T_D)$$

$$= \kappa \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{T_D}{\tau_{DL}}\right) \right] \cdot \exp\left(-\frac{t-T_D}{\tau_{IR}}\right), (t > T_D)$$
(1)

其中, κ , τ_{DL} , τ_{IR} 和 β 分别是电流系数, EDL 电荷积累、离子弛豫过程的时间常数和拉伸指数。 T_D 指突触前脉冲持续时间。这些参数反映了晶体管的层间电容和沟道导电特性, β 反映了离子弛豫的速率, $\beta < 1$ 则表示离子弛豫较明显, 栅压撤去后电流衰减较缓慢, 出现长尾效应。

因此, 基于上述两个方程可提取用于神经元储备池计算的器件关键参数。实际参数会因器件双电层的厚度、IGZO/SiO₂ 界面缺陷等不同而稍有变化, 而基于上述步骤进行制备可以很大程度保持不同批次器件参数的一致性^[15]。在定量测试中可以计算出 τ_{DL} 、 τ_{IR} 和 β 分别估计为 79.26、62.47 和 0.715; 当施加的脉冲幅度从 1.0 V 变为 2.0 V (步长为 0.2 V) 时, 对应参数 κ 的变化范围为 26.85 至 154.7 nA^[14]。由以上两个方程联立, 再一阶近似可以得到更利于计算的一阶短时记忆模型。

$$I(n) = \left\{ V_{GS} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{T_D}{\tau_{DL}}\right) \right] + I(n-1) \right\} \cdot \exp\left(-\frac{T_I}{\tau_{IR}}\right) \quad (2)$$

其中, T_D 、 T_I 和 $I(n-1)$ 分别表示脉冲持续时间、脉冲间隔和代表前一时间步的状态的初始电流。本研究中将 T_D 和 T_I 分别设为 200 ms 和 20 ms。因此, RC 系统中的储备池可通过这种 IGZO 器件进行模拟。从此方程可推知, 物理存储器系统中不仅与当前时间步施加的脉冲相关, 还与前一时间步的残余电流相关。在输出层, 权重矩阵可通过岭回归计算:

$$W_{out} = Y \cdot X^T (XX^T + \lambda I)^{\dagger} \quad (3)$$

其中, 符号“ T ”和“ \dagger ”分别表示矩阵转置和摩尔-彭罗斯伪逆。目标矩阵 Y 是真值矩阵, 代表求解或预测得到的正确输出。因为储备池状态 X 因为器件的时间映射都是一样的而通常是一个奇异矩阵, 所以我们加入了正则项和伪逆的做法。 λ 取 $1 \cdot e^{-6}$, I 为单位矩阵。在实验阶段, 我们采用 int8 量化方式在 FPGA 上完成权重矩阵的计算, 也能实现很好的处理效果。

3 实验结果与分析

3.1 电解质晶体管制备与表征

我们在 n 型 Si (100) 衬底上制备了电解质晶体管。首先采用等离子体增强化学气相沉积法 (PECVD), 在 120 °C (实际 136 °C)、100 sccm SiH₄/N₂ 混合气 (5% SiH₄/95% N₂) 及 450 sccm N₂O 气体条件下, 持续 270 ms 于洁净硅片 (N⁺) 表面沉积纳米颗粒状 SiO₂ 电解质。随后在室温下通过射频磁控溅射法制备 20 nm 厚 IGZO 薄膜 (In:Ga:Zn 原子比为 2:2:1)。沉积过程中氧气与氩气质量流量分别为 2 sccm 和 30 sccm, 气压 0.43 Pa, 功率为 60 W, 持续 3 min。最后通过光刻实现源漏极电极的图样化, 采用热蒸发法沉积 180 nm 厚铝膜。沟道长度与宽度分别为 10 μ m 和 100 μ m。关于转移曲线和 EPSC 的实际测量结果如图 1(c) 和图 1(d) 所示。

我们展示了晶体管物理模型的电学特性, 并对实际器件进行了测试, 结果如图 2 所示。

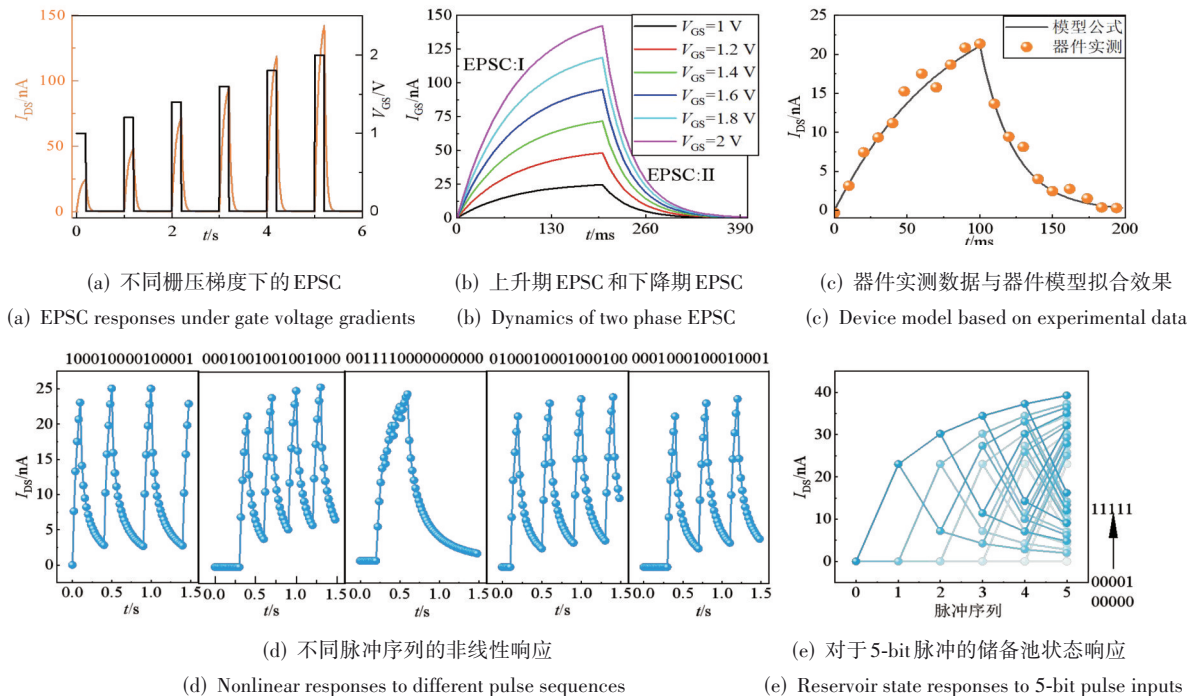


图 2 电解质晶体管的表征

Figure 2 Characterization of the electrolyte transistor

图 2(a)展示了当栅极施加幅度为 1.0 至 2.0 V (0.2 V 步长) 的电压脉冲且 $V_{DS}=0.1$ V 时, 突触后电流 (EPSC) 的响应曲线。图 2(b) 是根据实测参数和晶体管公式 (2) 的仿真结果, 分别展示了晶体管充电与衰减过程, 其中时间轴分别对应突触前脉冲施加于栅极期间的前 200 ms 及脉冲结束后的 1 500 ms。可以发现, 在栅极电压接入和移除过程中, 出现了典型的离子积累和弛豫现象。该器件对栅极电压的电流响应在 200 ms 之内就可以达到稳定, 同时拥有相对漫长的电流衰减和离子弛豫过程, 可以满足构建物理储备池的需要。图 2(c) 展示了基于公式 (1) 和 (2) 的器件模型和实测数据的对比, 我们测试了在输入栅压为 1.0 V 时的拟合效果。结果显示器件模型对实际器件有很好的近似, 平均绝对误差 (Mean Absolute Error, MAE) ≈ 0.65 , MAE/数据范围 $\approx 3.03\%$, 达到了较优秀水平, 说明了该模型可以很好地反映晶体管的储备池特性, 启发了下一步基于模型的储备池计算方法。

我们还需验证此晶体管进行储备池计算的可行性。物理储备池计算器的内部状态需满足两个核心判据: (1) 对时序输入呈现动态演化特性; (2) 对不同输入序列产生可区分的状态。这些判据使储层能够将输入非线性地映射并分离至高维空间。我们根据实际测量的参数和公式 (2) 进行测试, 图 2(d) 展示了不同二进制序列下电流输出, 证明不同脉冲下能够产生不同的储备池状态, 验证了构建储备池模型的有效性。图 2(e) 显示了储备池对 5-bit 序列的输出演化, 呈现出增强的非线性与易失性模式分离能力。结果显示, 针对不同 5-bit 序列电解质晶体管储备池理论上最多能够产生 25 种储备池状态, 能够适应高精度储备池计算的要求。

3.2 实验原理与求解流程

本工作旨在构建一个数据驱动的代理模型, 用于求解和预测由常微分方程 (ODE)。给定一个自治或非自治 ODE 系统: $x'(t) = f(x, t; \theta)$, 其解 $x(t)$ 构成一条在状态空间中的轨迹。我们认为方程求解是: 仅观测输入序列, 通过储备池计算对应的输出序列, 在这里因为存在待求解的混沌系统是自激的, 初值可以设为零, 我们认定输入状态序列 $x'(t)$, 所学习的输出状态是 $x(t)$ 。我们的微分方程求解系统无需显式调用数值微分器。相对于求解, 方程预测是仅通过观测历史状态序列 $\{x(t_i)\}_{i=1}^k$, 预测未来状态 $x(t_{k+1})$ 。另外, 在储备池计算中, 输入信号的代表方式直接影响系统对动力学特征的捕获能力。对于由常微分方程生成的单变量时间序列, 其完整状态信息隐含于时间延迟结构之中。为此, 我们提出一种延迟嵌入 (delay embedding) 策略, 将单通道 ODE 信息延迟不同时间单位后

叠加到不同通道上, 以重构高维相空间近似。具体而言, 给定一维观测信号 $s \in \mathbb{R}$, 我们首先通过自相关函数 (Auto Correlation Function, ACF) 或平均互信息 (Average Mutual Information, AMI) 估计其最优延迟 τ : 若采用 ACF, 则取首个过零点对应的滞后; 若采用 AMI, 估计 $I(x_i; x_{i+\tau})$ (平均互信息), 选第一个局部极小值作为 τ 。随后生成延迟时间模式: 均匀模式 $\Delta t = \{0, \tau, 2\tau, \dots, (d-1)\tau\}$ 或二进制级数模式: $\Delta t = \{0, \tau, 2\tau, 4\tau, \dots, 2^{d-2}\tau\}$ 。比如在 Mackey-Glass 序列中, 选择 $\tau = 123$ 显著提升了计算准确度。该嵌入作为储备池的多通道输入, 有效将单变量观测提升至近似状态空间维度。与传统 RC 方法中无嵌入直连 [直接输入 $x(t)$] 相比, 本方法增加了计算的通道数, 显著提升了对弱混沌、多频振荡等复杂动力学的分辨能力, 但是不可避免地带来了通道之间数据的冗余, 从而面向 PDE 等多通道任务表现不佳, 反而增加了计算量。

对于预备求解或预测的方程, 我们假设能够通过外部输入传感器或者内部微分计算过程可以获取输入微分序列 $x'(t)$ 或者 $\{x(t_i)\}_{i=1}^k$ 。这是一个连续时间序列, 为了满足 FPGA 数据处理要求我们首先要对其抽样到离散时间序列 $\Delta x(n)$ 。我们采用的 FPGA 主板频率为纳秒级, 对于绝大部分信号都满足奈奎斯特采样定理, 不会对信号产生失真。实验中, 我们首先采用高精度四阶龙格-库塔法 (fourth-order Runge-Kutta, RK4) 生成多个典型 ODE 系统的训练数据, 时间步长 Δt 根据方程振荡特性决定, 确保数值解的可靠性。所有系统均按照 Δt 采样至离散时间序列, 并按 1:1 比例划分为训练集与测试集。数据处理流程如图 3(a) 所示。我们采用的 FPGA 开发板的型号为 AX7020 (ZYNQ7000), 系统首先对方程输入数据进行掩模处理、归一化到 1~2 V 的栅极电压后, 调用数模转换单元发送到晶体管或者直接采用公式 (2) 拟合完成。电压脉冲持续时间为 200 ms, 脉冲间隔为 20 ms。储备池节点内部状态经模数转换单元量化后送入线性读出层, 通过岭回归训练权重矩阵。依赖于直接内存传输模块可以实现数据高效的吞吐输入输出矩阵乘法模块, 同时模块内部使用了数据流使得启动间隔 ≈ 1 个时钟周期, 执行约 150 次矩阵乘法 (Lorenz 序列求解中储备池读出层计算) 耗时 $\approx 11 \mu\text{s}$ 。最后我们构建了端到端的应用演示平台, FPGA 可以将结果数据发个人电脑, 在远程桌面上实时显示, 便于可视化运算结果。利用晶体管可以实现极低功耗计算^[14-15], 但考虑 FPGA 与器件数据传输的延迟, 以及 AD/DA 的误差干扰, 本次实验我们基于公式 (2) 对晶体管响应进行定量模拟, 以验证利用电解质晶体管搭建物理储备池

计算系统原型的可行性。

3.3 混沌微分方程的预测与求解

接下来关于混沌 ODE 的预测与求解,我们选取两个代表性方程进行验证:

Mackey-Glass 方程(时滞微分方程)为

$$x'(t) = \beta \frac{x(t-\tau)}{1+x(t-\tau)^n} - \gamma x(t)$$

其中, $\beta=0.2, \gamma=0.1, \tau=17, n=10$, 因其高维混沌和时延特性被广泛用于 RC 性能评测;

Lorenz 系统(三维连续混沌)为

$$x' = \sigma(y-x), y' = x(\rho-z) - y, z' = xy - \beta z$$

其中, $\sigma=10, \rho=28, \beta=8/3$, 用于评估系统对奇异吸引子的重构能力。

此类任务对储备池的非线性拟合能力要求高。为此,我们将预测任务形式化为一个时间序列映射问题:以滑动窗口内的 L 个连续状态 $x_{in} = [x(t-k+1), x(t-k), \dots, x(t)]$ 作为输入,训练储备池读出层预测下一时刻状态。方程求解使用 $x'(t)$ 序列输入,目标是拟合 $x(t)$ 序列。基于储备池计算的原理,输入信号被映射到了高维空间之中,所以更容易提取其中的特征,捕获到时序中的隐藏逻辑,从而实现准确的预测及求解。

我们分别用 Mackey-Glass 序列来实现求解任务, Lorenz 序列来完成预测任务。根据经验和实际测试,我们取 Mackey-Glass 系统的储备池节点数 $N=100$; $ML=10$, 总时间=20 000; 时间间隔 0.005 s; 对于 Lorenz 系统,我们取 $N=120$; $ML=10$, 总时间=20 000; 时间间隔 0.01 s。Mackey-Glass 延迟方程中显著的延迟引发了时序上的相干扰,产生了复杂的混沌状态延迟系统。结果系统输出如图 3 所示。

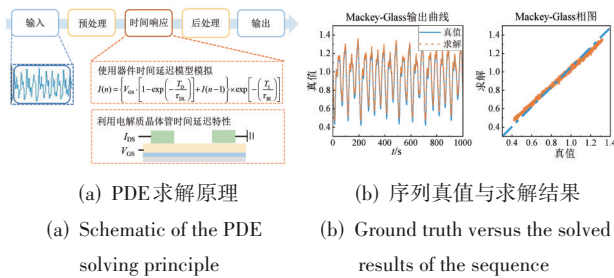


图 3 Mackey-Glass 序列求解

Figure 3 Solving the Mackey-Glass sequence

图 3(b) 相图显示求解与预测基本在对称轴的直线上,同时均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)=0.043 达到了很好的效果。对于 Lorenz 方程是一个经典三维空间混沌系统,研究 Lorenz 方程可以展现本系统对于时间空间相耦合的方程的求解能力,为 PDE 求解过渡。系统输出如图 4 所示。

图 4(a) 展示了 100 s 开始后的 $x-y-z$ 三维空间中

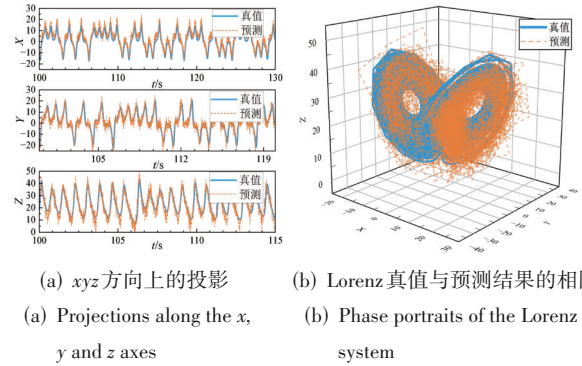


图 4 Lorenz 方程的预测结果

Figure 4 results of the Lorenz equations

的输出片段,可以发现储备池基本提取到了方程中的混沌信息和变化模式,展现了很好的非线性拟合能力,归一化均方根误差(Normalized Root Mean Square Error, NRMSE)=0.04。

3.4 偏微分方程的求解

目前学界基于储备池计算的时序方程求解主要集中在 ODE,对于 PDE 的研究较少,但是实际上自然系统往往有多个输入维度互相耦合,所以对于 PDE 求解的研究十分重要。尽管储备池计算天然适用于时间序列建模,但其在偏微分方程领域的应用仍面临挑战:PDE 解是时空函数,需同时处理空间耦合与时间演化。

我们以最简单的一维热传导方程为例,模拟一维杆的温度扩散:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

其中, u 是温度场。实际系统往往需要关注空间多个点的温度信息,通过温度传感器输入计算,所以求解温度变化规律十分重要。方程中有 ∂x (空间干涉,或者叫扩散项)。储备池无法直接处理连续的 ∂x ,所以必须利用直线法(Method of Lines, MOL)对空间进行离散化。我们在空间上取 N 个点,也就是晶体管的数量。对于其中第 i 个点 $u_i(t)$,它的二阶空间导数通常用差分近似:

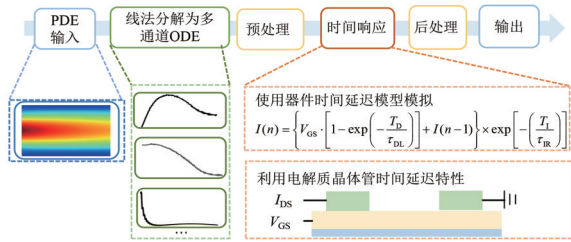
$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta x^2}$$

把方程里的对空间偏导替换掉,PDE 就变成了 N 个 ODE 的方程组,其中第 i 个为

$$\frac{du}{dt} = \alpha \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{\Delta x^2}$$

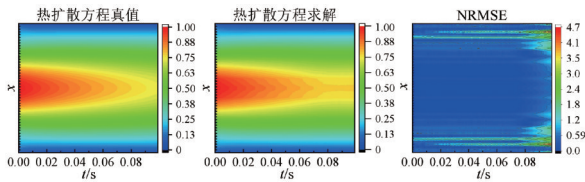
需要注意的是,它不是一个独立的 ODE,它的右边包含了 u_{i+1} 和 u_{i-1} 。这意味着点 i 的变化率取决于它相邻温度场的状态。也就是说空间耦合依然被保留在了 ODE 之中,这也符合数学原理。需要注意的

是,对于大多数空间弱耦合的方程直线法是适用的,但是这样的解法只用了 N 个通道来描述空间不同点,限制了PDE求解结果的空间分辨率。另外,和ODE预处理中的随机掩模不同,PDE采用邻域掩模的方式,让第 i 个物理层节点,不仅接收第 i 个点的输入,还接收临近点的输入,在数据处理层面模拟了空间的局部性。这种设计是为了让求解器对于空间离散误差更鲁棒,模拟了热扩散方程中的空间扩散效应。整体求解框架和实验结果如图5所示。



(a) PDE的求解过程

(a) Schematic of the PDE solving process



(b) 一维热扩散方程的真值与求解结果

(b) ground truth and the solved results

图5 一维热扩散方程

Figure 5 one-dimensional heat diffusion equation

详细的系统结构设计如图5(a)所示,图5(a)是针对PDE修改后的处理PDE的数据链路图。将PDE分解后处理ODE方程组依旧可以沿用之前的储备池架构和算法框架,只需最后将 N 个输出拼接到一起成为PDE的完整求解结果。

PDE的求解输入可以用 $\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}$ 来求 $u(x,t)$,也可以将 $u(x,t)$ 作为待求解的序列来预测下一时刻的输出。由于系统是通用的,支持两种处理方式,这里我们采用预测的做法。将输入线法分解后在离散空间网格上的解 $u(x_i,t)$ 视为多变量时间序列,其中每个空间点 x_i 对应一个输入通道。储备池的每个物理节点接收一个空间位置的信号,得益于非线性响应与器件差异性,其内部动态自然融合邻近点信息。读出层则学习从高维储备态到下一时刻全场 $u(x,t+\Delta t)$ 的映射。每一个储备池计算的节点 N ,对应着PDE的一个输入维度。对于偏微分方程的求解,我们将数据集分割为3:7两部分,前70%用于训练权重矩阵,后30%

用于测试结果。我们取结点数 $N=50$, $ML=4$,总时长=100,时间间隔0.001 s。

系统求解结果如图5(b)所示,由于每个通道上的ODE较为简单(参考图5(a)中的线法分解结果示意图),实现了十分精确的输出结果(NRMSE=0.008 58)。和传统软件方法相比,二阶Runge-Kutta计算时间在 4.41×10^{-3} s,误差约在 10^{-3} 到 10^{-4} 之间^[36-37]。相对于RK2,本文利用PRC方法在精度相当情况下实现了计算时间的1/400减小。

3.5 微分求解计算系统的整体分析

我们将系统在多项任务中的表现与近年来储备池实现方程求解或序列预测相比较的结果放在表1中。

表1 方程求解/预测误差对比

Table 1 Comparison of equation solving and prediction errors

任务	方程	准确率
方程求解 ^[28]	二阶非线性方程	NMSE=3.61×10 ⁻³
方程求解 ^[38]	正弦波方波组合	NMSE=0.02
方程预测 ^[13]	Mackey-Glass方程	NRMSE=0.17/0.03
方程预测 ^[39]	Lorenz吸引子	NRMSE>1.35×10 ⁻³
方程预测 ^[40]	Mackey-Glass方程	RMSE=0.12
方程预测 ^[12]	Hénon映射	NRMSE>0.046
方程求解(本文)	Mackey-Glass方程	RMSE=0.043
方程预测(本文)	Lorenz方程	NRMSE=0.04
方程预测(本文)	一维heat扩散方程	NRMSE=0.008 58

由表1可以发现,我们的微分求解计算系统在多项任务中都表现出了相对领先的准确率,对比传统数值解法精度上有一定劣势,但在Mackey-Glass方程求解上相比PRC系统(RMSE=0.12)和软件模拟的RC系统(单个节点单元NRMSE=0.17)已经取得了长足进步;同时考虑到基于FPGA的轻量化推理平台的int8量化权重矩阵方式以及在数据传输转化中不可避免带来的噪声,本文中系统已经提供了一种有别于传统数值求解的轻量化的微分求解替代方案。需要提到,依托于预训练的读出权重,基于晶体管模型的计算系统可以实现 μ s 级的求解,这是其他传统数值求解方法难以达到的。

我们也在FPGA板上验证了本文利用储备池计算和传统数值计算方法的优劣性,如表2所示。

比如和Runge-Kutta法相比,软件数值计算是通过已知方程形式,通过对微分算子处理完成方程求解,方程模式越复杂,资源消耗、处理时间、功耗越会增加。相反,RC算法由于储备池计算的特性,面对复杂混沌方程时具有功耗较低和资源消耗量少的优势。功耗也是边缘端计算设备必须考虑的问题之一^[41]。我们之前的研究显示,由于双电层的低栅压调节机

表2 本文方案和传统数值解法(四阶 Runge-Kutta)对比

Table 2 Comparison between the proposed scheme and the traditional numerical method (fourth-order Runge - Kutta)

资源使用	数字信号处理单元	查找表	触发器	功耗/W	计算时间
RK4	47	9 096	6 273	1.854	0.5~10 s (CPU/GPU) ^[11]
本文方案	17	9 077	3 121	1.583	11×10 ⁻⁶ s

理,晶体管计算时功耗可以达到~pJ级^[14-15];而基于晶体管模型的求解中,FPGA处理功耗也在≈1 W量级,低于传统数值方法。计算时间方面,本文系统使用预训练的权重,仅需约11 μs就可完成Lorenz序列的求解,而CPU/GPU通常耗时为此值的500~10³倍。此外,我们在FPGA相同条件下运行自回归算法(auto regression),作为基准和本文方案对比,结果如表3所示。

表3 本文方案和自回归模型在Mackey-Glass方程求解NRMSE对比
Table 3 Comparison of NRMSE for solving the Mackey - Glass equation between the proposed scheme and the autoregressive model

算法对比	本文	自回归
系统组成	软件+器件模型	纯软件算法
NRMSE/前500点	0.04	0.1
NRMSE/前1 000点	0.04	0.3

在处理混沌方程求解这类任务上,基于晶体管的PRC表现出来的显著的优势,而且因为储备池已经学习到了Mackey-Glass混沌序列的隐藏模式,所以NRMSE基本在自回归算法1/4~1/10,更在1 000以上点的测试集都可以保持长时间稳定性。

本文的设计也存在一些不足。其一是PDE的分辨率限制:将连续的 x 变成 N 个ODE, N 的大小限制了求解精度。如果 N 太小,高频的空间震荡就会丢失。同时该系统并不是传统的基于目标驱动的软件微分方程求解系统,仅需输入方程形式、初值与边界条件就可以得到方程解,而是基于数据驱动的,依赖于对较多已知数据的学习(比如在ODE求解方面,学习率为50%)。

另外,为了系统结构的精简性与低功耗,通常RC只采用一个简易的线性读出层,但是面临非线性较强的方程时,就需要谨慎地选取储备池的节点参数 N 与掩膜长度 ML 。而RC的效果对储备池结构十分敏感,在参数选择不合适的情况下,特征并不能有效地被映射到高维空间,导致求解准确率很低。而往往对于不同方程,储备池参数 N , ML 的选取强依赖于经验或者网格遍历方法(grid search),这限制了此系统面对众多微分方程求解问题的广泛使用。同时单纯依赖于器件物理以及基本储备池算法也无法完成对于偏微分方程重要的边界条件约束的处理。

4 总结

本文提出了一种基于物理器件特性的微分方程求解算法,利用电解质晶体管的短时记忆性与弛豫特性,实现了基于储备池计算的微分求解;同时,我们利用现有算法框架完成了多种求解、预测等多种对时序序列、微分方程的处理,对于复杂非线性微分方程和混沌时间序列都有较高准确性,从而可以实现边缘平台的端到端微分方程计算。此外,我们也在储备池计算领域首先引入了对于PDE的求解。实验结果表明,在多个ODE和PDE计算场景下都实现了10⁻²量级的误差,尤其在一维热扩散方程中达到了NRMSE≈0.008,同时在计算用时4 ms左右,证明了本系统的高效性和准确性。本文利用储备池算法与IGZO晶体管,为边缘平台的微分方程高效处理开辟了新的思路,从而可以推动未来物联网(Internet of Things, IoT)、具身智能等新兴产业的发展。作为复杂混沌微分方程处理方面的初步探索,本文仍存在不足之处,后续研究中,我们将从器件模型仿真过渡到实际器件计算系统,细化对于权重量化精度、微分方程边界条件的处理,从而实现完善的片上微分方程求解系统。

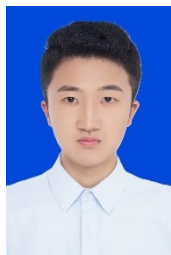
参考文献

- [1] Walter W. Ordinary differential equations[M]. New York: Springer, 1998.
- [2] Driver R D. Ordinary and delay differential equations[M]. New York: Springer, 1977.
- [3] 唐卷, 罗凯, 曾晓青, 等. 用于求解约束机械多体系统高指标微分代数方程的神经网络构建方法及系统: 中国, CN119558357A[P/OL]. 2025-12-05[2025-12-20]. <http://epub.cnipa.gov.cn/patent/CN119558357A>. Tang Juan, Luo Kai, Zeng Xiaoqing, et al. Neural network construction method and system for solving high-index differential-algebraic equations of constrained mechanical multibody systems: China, CN119558357A[P/OL]. 2025-12-05[2025-12-20]. <http://epub.cnipa.gov.cn/patent/CN119558357A>.
- [4] 王志刚. 基于差异演化算法的非线性方程组求解[J]. 计算机工程与应用, 2010, 46(4): 54-55. Wang Zhigang. Solving nonlinear systems of equations based on differential evolution[J]. Computer Engineering

- and Applications, 2010, 46(4): 54-55. (in Chinese)
- [5] Schilling T E, Raddum H. Solving equation systems by agreeing and learning[M]//Arithmetic of Finite Fields. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010: 151-165.
- [6] Hamming R W. Hybrid computers: *Electronic analog and hybrid computers*. granino A. Korn and Theresa M. Korn. McGraw-hill, New York, 1964. xxiv + 584 pp. *Illus.* \$17.50[J]. Science, 1965, 148(3668): 356-361.
- [7] Tomović R, Karplus W J. High-speed analog computers[M]. New York: Wiley, 1962.
- [8] Bodenstedt E. Analog computer for the differential equation $y'' + f(x)y + g(x) = 0$ [J]. Review of Scientific Instruments, 1956, 27(4): 218-221.
- [9] 张庆平. 一种流水线结构的分数阶微分方程组求解电路和方法: 中国, CN119474623A[P]. 2025-02-18.
Zhang Qingping. Pipeline-structured circuit and method for solving fractional-order differential equation systems: China, CN119474623A[P]. 2025-02-18.
- [10] Awaad T A, Elbehery A M, Abdelhamid A, et al. An ultrafast neural network-based hardware acceleration for nonlinear systems' simulators[J]. Computers & Electrical Engineering, 2019, 79: 106452.
- [11] YuLianfeng, ZhangTeng, HanYang, et al. High-concurrency tri-mode memristor-based ordinary differential equation solver[J]. Nature Communications, 2026, 17(1): 1373.
- [12] Zhong Yanan, Tang Jianshi, Li Xinyi, et al. Dynamic memristor-based reservoir computing for high-efficiency temporal signal processing[J]. Nature Communications, 2021, 12(1): 408.
- [13] Liang Xiangpeng, Zhong Yanan, Tang Jianshi, et al. Rotating neurons for all-analog implementation of cyclic reservoir computing[J]. Nature Communications, 2022, 13(1): 1549.
- [14] Yang Yang, Cui Hangyuan, Ke Shuo, et al. Reservoir computing based on electric-double-layer coupled InGaZnO artificial synapse[J]. Applied Physics Letters, 2023, 122(4): 043508.
- [15] Cui Hangyuan, Xiao Yu, Yang Yang, et al. A bioinspired in-materia analog photoelectronic reservoir computing for human action processing[J]. Nature Communications, 2025, 16(1): 2263.
- [16] Tanaka G, Yamane T, Héroux J, et al. Recent advances in physical reservoir computing: A review[J]. Neural Networks, 2019, 115: 100-123.
- [17] Moon J, Ma Wen, Shin J H, et al. Temporal data classification and forecasting using a memristor-based reservoir computing system[J]. Nature Electronics, 2019, 2(10): 480-487.
- [18] Guo Dongkai, Kapur O, Dai Peng, et al. Reservoir computing using back-end-of-line SiC-based memristors[J]. Materials Advances, 2023, 4(21): 5305-5313..
- [19] Chen Mingze, An Xiaoqiu, Ki S J, et al. Nanoelectronics-enabled reservoir computing hardware for real-time robotic controls[J]. Science Advances, 2025, 11(13): eadu2663.
- [20] Kim S, Yoon J, Kim H D, et al. Carbon nanotube synaptic transistor network for pattern recognition[J]. ACS Applied Materials & Interfaces, 2015, 7(45): 25479-25486.
- [21] Milano G, Pedretti G, Montano K, et al. *In materia* reservoir computing with a fully memristive architecture based on self-organizing nanowire networks[J]. Nature Materials, 2022, 21(2): 195-202.
- [22] Yu Jie, Li Yi, Sun Wenxuan, et al. Energy efficient and robust reservoir computing system using ultrathin (3.5 nm) ferroelectric tunneling junctions for temporal data learning[C]//2021 Symposium on VLSI Technology. Kyoto, Japan: IEEE, 2021: 1-2.
- [23] Chen R T Q, Rubanova Y, Bettencourt J, et al. Neural ordinary differential equations[C]//Proceedings of the 32nd International Conference on Neural Information Processing Systems. Red Hook: Curran Associates Inc., 2018: 6572-6583.
- [24] Backus J. Can programming be liberated from the von Neumann style : A functional style and its algebra of programs[J]. Communications of the ACM, 1978, 21(8): 613-641.
- [25] Marković D, Mizrahi A, Querlioz D, et al. Physics for neuromorphic computing[J]. Nature Reviews Physics, 2020, 2(9): 499-510.
- [26] Furber S. To build a brain[J]. IEEE Spectrum, 2012, 49(8): 44-49.
- [27] Indiveri G, Liu S C. Memory and information processing in neuromorphic systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2015, 103(8): 1379-1397.
- [28] Du Chao, Cai Fuxi, Zidan M A, et al. Reservoir computing using dynamic memristors for temporal information processing[J]. Nature Communications, 2017, 8(1): 2204.
- [29] Xu Yin hao, Gottwald G A, Kuncic Z. Dynamic reservoir computing with physical neuromorphic networks[C]//2025 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). Piscataway: IEEE, 2025: 1-8.
- [30] Liu Jia, Wu Qiu hao, Sui Xiubao, et al. Research progress in optical neural networks: Theory, applications and de-

- velopments[J]. Photonix, 2021, 2(1): 5.
- [31] Smerieri A, Duport F, Paquot Y, et al. Towards fully analog hardware reservoir computing for speech recognition[J]. AIP Conference Proceedings, 2012, 1479(1): 1892-1895.
- [32] Appeltant L, Soriano M C, Van der Sande G, et al. Information processing using a single dynamical node as complex system[J]. Nature Communications, 2011, 2: 468.
- [33] Ganguly S, Ghosh A W. Building reservoir computing hardware using low energy-barrier magnetics[C]//International Conference on Neuromorphic Systems 2020. New York: ACM, 2020: 17.
- [34] Zhu Yixin, Peng Baocheng, Zhu Li, et al. IGZO nanofiber photoelectric neuromorphic transistors with indium ratio tuned synaptic plasticity[J]. Applied Physics Letters, 2022, 121(13): 133502.
- [35] Wan Changjin, Zhu Liqiang, Wan Xiang, et al. Organic/inorganic hybrid synaptic transistors gated by proton conducting methylcellulose films[J]. Applied Physics Letters, 2016, 108(4): 043508.
- [36] Chua K W, Loy K C, Idris R. Adaptive time-stepping for Runge-Kutta methods for ordinary differential equations[J]. Universiti Malaysia Terengganu Journal of Undergraduate Research, 2021, 3(1): 25-36.
- [37] Bhattacharya S, Chakraborty D. Design and analysis of a hardware accelerator with FPU-based Runge-Kutta solvers[C]//2023 International Conference on Electrical, Communication and Computer Engineering (ICECCE). Dubai, United Arab Emirates: IEEE, 2023: 1-6.
- [38] Liu Keqin, Dang Bingjie, Zhang Teng, et al. Multilayer reservoir computing based on ferroelectric α -In₂Se₃ for hierarchical information processing[J]. Advanced Materials, 2022, 34(48): e2108826.
- [39] Choi S, Shin J, Park G, et al. 3D-integrated multilayered physical reservoir array for learning and forecasting time-series information[J]. Nature Communications, 2024, 15(1): 2044.
- [40] Gaurav A, Song Xiaoyao, Manhas S K, et al. Nano-ionic solid electrolyte FET-based reservoir computing for efficient temporal data classification and forecasting[J]. ACS Applied Materials & Interfaces, 2025, 17(11): 17590-17598.
- [41] Yang Biao, Zhang Weifeng, Li Pengfei, et al. Ultra-robust Y-doped hafnium oxide ferroelectric memristors for intelligent edge computing[J]. Science China Materials, 2026, 69(5): 2904-2912.

作者简介



杜明阳 男, 2005年1月出生于四川省遂宁市。现为南京大学电子科学与工程学院本科生。中国电子学会会员编号: E190199051A。
E-mail: dumingyang@smail.nju.edu.cn



崔航源 男, 现为南京大学电子科学与工程学院研究生。
E-mail: cuihy2017@163.com



韩孟涛 男, 现为南京大学电子科学与工程学院研究生。主要研究方向为微电子器件。
E-mail: nymph@smail.nju.edu.cn



万昌锦 男, 现为南京大学电子科学与工程学院副教授。主要研究方向为神经形态电子器件。
E-mail: cjwan@nju.edu.cn



邢千叶 女, 现为南京大学电子科学与工程学院研究生。
E-mail: 652025230023@smail.nju.edu.cn